

جدول ۹-۱۲ - داده‌های مربوط به فروشندگان

امتیاز مربوط به				شاخص			
آزمون ریاضی ( $x_7$ )	آزمون متقاعد کردن خشک ( $x_6$ )	آزمون متقاعد کردن مکانیکی ( $x_5$ )	آزمون خلاقیت ( $x_4$ )	گزارش فروش جدید ( $x_3$ )	سوددهی فروش ( $x_2$ )	رشد فروش ( $x_1$ )	شخص فروشنده
۲۰	۰۹	۱۲	۰۹	۹۷٫۸	۹۶٫۰	۹۳٫۰	۱
۱۵	۱۰	۱۰	۰۷	۹۶٫۸	۹۱٫۸	۸۸٫۸	۲
۲۶	۰۹	۱۲	۰۸	۹۹٫۰	۱۰۰٫۳	۹۵٫۰	۳
۲۹	۱۲	۱۴	۱۳	۱۰۶٫۸	۱۰۳٫۸	۱۰۱٫۳	۴
۳۲	۱۲	۱۵	۱۰	۱۰۳٫۰	۱۰۷٫۸	۱۰۲٫۰	۵
۲۱	۱۱	۱۴	۱۰	۹۹٫۳	۹۷٫۵	۹۵٫۸	۶
۲۵	۰۹	۱۲	۰۹	۹۹٫۰	۹۹٫۵	۹۵٫۵	۷
۵۱	۱۵	۲۰	۱۸	۱۱۵٫۳	۱۲۲٫۰	۱۱۰٫۸	۸
۳۱	۱۳	۱۷	۱۰	۱۰۳٫۸	۱۰۸٫۳	۱۰۲٫۸	۹
۳۹	۱۱	۱۸	۱۴	۱۰۲٫۰	۱۲۰٫۵	۱۰۶٫۸	۱۰
۳۲	۱۲	۱۷	۱۲	۱۰۴٫۰	۱۰۹٫۸	۱۰۳٫۳	۱۱
۳۱	۰۸	۱۸	۱۰	۱۰۰٫۳	۱۱۱٫۸	۹۹٫۵	۱۲
۳۴	۱۱	۱۷	۱۶	۱۰۷٫۰	۱۱۲٫۵	۱۰۳٫۵	۱۳
۳۴	۱۱	۱۰	۰۸	۱۰۲٫۳	۱۰۵٫۵	۹۹٫۵	۱۴
۳۴	۰۸	۱۰	۱۳	۱۰۲٫۸	۱۰۷٫۰	۱۰۰٫۰	۱۵
۱۶	۰۵	۰۹	۰۷	۹۵٫۰	۹۳٫۵	۸۱٫۵	۱۶
۳۲	۱۱	۱۲	۱۱	۱۰۲٫۸	۱۰۵٫۳	۱۰۱٫۳	۱۷
۳۵	۱۱	۱۴	۱۱	۱۰۳٫۵	۱۱۰٫۸	۱۰۳٫۳	۱۸
۳۰	۱۳	۱۴	۰۵	۱۰۳٫۰	۱۰۴٫۳	۹۵٫۳	۱۹
۲۷	۱۱	۱۷	۱۷	۱۰۶٫۳	۱۰۵٫۳	۹۹٫۵	۲۰
۱۵	۰۷	۱۲	۱۰	۹۵٫۳	۹۵٫۳	۸۸٫۵	۲۱

## ادامه جدول ۹-۱۲

امتیاز مربوط به				شاخص			
آزمون ریاضی ( $x_7$ )	آزمون متقاعد کردن خشک ( $x_6$ )	آزمون متقاعد کردن مکانیکی ( $x_5$ )	آزمون خلاقیت ( $x_4$ )	گزارش فروش جدید ( $x_3$ )	سوددهی فروش ( $x_2$ )	رشد فروش ( $x_1$ )	شخص فروشنده
۴۲	۱۱	۱۱	۰۵	۱۰۴٫۳	۱۱۵٫۰	۹۹٫۳	۲۲
۱۶	۰۷	۰۹	۰۹	۹۵٫۸	۹۲٫۵	۸۷٫۵	۲۳
۳۷	۱۲	۱۵	۱۲	۱۰۵٫۳	۱۱۴٫۰	۱۰۵٫۳	۲۴
۳۹	۱۲	۱۹	۱۶	۱۰۹٫۰	۱۲۱٫۰	۱۰۷٫۰	۲۵
۲۳	۰۷	۱۵	۱۰	۹۷٫۸	۱۰۲٫۰	۹۳٫۳	۲۶
۳۹	۱۲	۱۶	۱۴	۱۰۷٫۳	۱۱۸٫۰	۱۰۶٫۸	۲۷
۴۹	۱۱	۱۶	۱۰	۱۰۴٫۸	۱۲۰٫۰	۱۰۶٫۸	۲۸
۱۷	۱۳	۱۰	۰۸	۹۹٫۸	۹۰٫۸	۹۲٫۳	۲۹
۴۴	۱۱	۱۷	۰۹	۱۰۴٫۵	۱۲۱٫۰	۱۰۶٫۳	۳۰
۴۳	۱۰	۱۵	۱۸	۱۱۰٫۵	۱۱۹٫۵	۱۰۶٫۰	۳۱
۱۰	۰۸	۱۱	۱۳	۹۶٫۸	۹۲٫۸	۸۸٫۳	۳۲
۲۷	۱۱	۱۵	۰۷	۱۰۰٫۵	۱۰۳٫۳	۹۶٫۰	۳۳
۱۹	۱۱	۱۲	۱۰	۹۹٫۰	۹۴٫۵	۹۴٫۳	۳۴
۴۲	۱۰	۱۷	۱۸	۱۱۰٫۵	۱۲۱٫۵	۱۰۶٫۵	۳۵
۴۷	۱۴	۱۳	۰۸	۱۰۷٫۰	۱۱۵٫۵	۱۰۶٫۵	۳۶
۱۸	۰۸	۱۶	۱۸	۱۰۳٫۵	۹۹٫۵	۹۲٫۰	۳۷
۲۸	۱۴	۱۲	۱۳	۱۰۳٫۰	۹۹٫۸	۱۰۲٫۰	۳۸
۴۱	۱۲	۱۹	۱۵	۱۰۸٫۵	۱۲۲٫۳	۱۰۸٫۳	۳۹
۳۷	۱۲	۲۰	۱۴	۱۰۶٫۸	۱۱۹٫۰	۱۰۶٫۸	۴۰
۳۲	۱۳	۱۷	۰۹	۱۰۳٫۸	۱۰۹٫۳	۱۰۲٫۵	۴۱
۲۳	۰۶	۱۵	۱۳	۹۹٫۳	۱۰۲٫۵	۹۲٫۵	۴۲



ادامه جدول ۹-۱۲

شخص فروشنده	شاخص						امتیاز مربوط به
	رشد فروش ( $x_1$ )	سوددهی فروش ( $x_2$ )	گزارش فروش جدید ( $x_3$ )	آزمون خلایت ( $x_4$ )	آزمون متقاعد کردن مکانیکی ( $x_5$ )	آزمون متقاعد کردن خشک ( $x_6$ )	
۴۳	۱۰۲٫۵	۱۱۳٫۸	۱۰۶٫۸	۱۷	۲۰	۱۰	۳۲
۴۴	۸۳٫۳	۸۷٫۳	۹۶٫۳	۰۱	۰۵	۰۹	۱۵
۴۵	۹۴٫۸	۱۰۱٫۸	۹۹٫۸	۰۷	۱۶	۱۱	۲۴
۴۶	۱۰۳٫۵	۱۱۲٫۰	۱۱۰٫۸	۱۸	۱۳	۱۲	۳۷
۴۷	۸۹٫۵	۹۶٫۰	۹۷٫۳	۰۷	۱۵	۱۱	۱۴
۴۸	۸۴٫۳	۸۹٫۸	۹۴٫۳	۰۸	۰۸	۰۸	۰۹
۴۹	۱۰۴٫۳	۱۰۹٫۵	۱۰۶٫۵	۱۴	۱۲	۱۲	۳۶
۵۰	۱۰۶٫۰	۱۱۸٫۵	۱۰۵٫۰	۱۲	۱۶	۱۱	۳۹

۲۳.۹ داده‌های مربوط به وزن موشها را در مثال (۸-۶) در نظر می‌گیریم. مطلب را با ماتریس کوواریانس نمونه [تمرین (۸.۱۵)] را برای  $\sqrt{s_{ii}}$  ملاحظه کنید [آغاز کنید].

(الف) جواب مؤلفه اصلی را برای الگوی عاملی با  $m = 1$  و  $m = 2$  به دست آورید.

(ب) برآوردهای درست نمایی ماکزیمم محموله‌ها و واریانسهای خاص را برای  $m = 1$  و  $m = 2$  پیدا کنید.

(ج) یک دوران واریماکس جوابهای در بخشهای الف و ب را انجام دهید.

۲۴.۹ تمرین (۲۳.۹) را با عامل بندی R به جای ماتریس کوواریانس نمونه S تکرار کنید.

امتیازهای عاملی موشی با وزنهای استاندارد شده [1.5, -0.6, -0.2, 0.8] را نیز با استفاده از برآوردهای درست نمایی ماکزیمم بارها و معادله (۹-۵۸) را به دست آورید.

۲۵.۹ الگوی LISREL را در مثال (۹.۱۶) در نظر می‌گیریم.  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  را در بردار پارامتر  $\Lambda_1$  و  $\lambda_3$  و  $\lambda_4$  را در بردار پارامتر  $\Lambda_2$  با هم عوض کنید. با استفاده از ماتریس S به دست آمده در مثال (۹.۱۶) پارامترهای را به دست آورید. بیان کنید که چرا مقیاسهای متغیرهای ساختاری 1 و 2 باید ثابت باشد.

جدول ۱۱-۳

جامعه $\pi_i$	$x_4 = \frac{CA}{NS}$	$x_3 = \frac{CA}{CL}$	$x_2 = \frac{NI}{TA}$	$x_1 = \frac{CF}{TD}$	خام
۱/	۰,۴۵۲۶	۱,۰۸۶۵	-۰,۴۱۰۶	-۰,۴۴۸۵	۱
۱/	۰,۱۶۴۲	۱,۵۱۳۴	-۰,۳۱۱۴	-۰,۵۶۳۳	۲
۱/	۰,۳۹۷۸	۱,۰۰۷۷	۰,۰۱۵۶	۰,۰۶۴۳	۳
۱/	۰,۲۵۸۹	۱,۴۵۴۴	-۰,۰۹۳۰	-۰,۰۷۲۱	۴
۱/	۰,۶۶۸۳	۱,۵۶۴۴	-۰,۰۹۱۷	-۰,۱۰۰۲	۵
۱/	۰,۲۷۹۴	۰,۷۰۶۶	-۰,۰۶۵۱	-۰,۱۴۲۱	۶
۱/	۰,۷۰۸۰	۱,۵۰۴۶	۰,۰۱۴۷	۰,۰۳۵۱	۷
۱/	۰,۴۰۳۲	۱,۳۷۳۷	-۰,۰۵۶۶	-۰,۰۶۵۳	۸
۱/	۰,۳۳۶۱	۱,۳۷۲۳	-۰,۰۰۷۶	۰,۰۷۲۴	۹
۱/	۰,۴۳۴۷	۱,۴۱۹۶	-۰,۱۴۳۳	-۰,۱۳۵۳	۱۰
۱/	۰,۱۸۲۴	۰,۳۳۱۰	-۰,۲۹۶۱	-۰,۲۲۹۸	۱۱
۱/	۰,۲۴۹۷	۱,۳۱۲۴	-۰,۰۲۰۵	۰,۰۷۱۳	۱۲
۱/	۰,۶۶۶۹	۲,۱۴۹۵	۰,۰۰۱۱	۰,۰۱۰۹	۱۳
۱/	۰,۶۶۰۱	۱,۱۹۱۸	-۰,۲۳۱۶	-۰,۲۷۷۷	۱۴
۱/	۰,۲۷۲۳	۱,۸۷۶۲	۰,۰۲۵۰	۰,۱۴۵۴	۱۵
۱/	۰,۳۸۲۸	۱,۹۹۴۱	۰,۰۱۰۹	۰,۳۷۰۳	۱۶
۱/	۰,۴۲۱۵	۱,۵۰۷۷	-۰,۰۸۲۱	-۰,۰۷۵۷	۱۷
۱/	۰,۹۴۹۴	۱,۶۷۵۶	۰,۰۲۶۳	۰,۰۴۵۱	۱۸
۱/	۰,۶۰۳۸	۱,۲۶۰۲	-۰,۰۰۳۲	۰,۰۱۱۵	۱۹
۱/	۰,۱۶۵۵	۱,۱۴۳۴	۰,۰۱۰۵	۰,۱۲۲۷	۲۰
۱/	۰,۵۱۲۸	۱,۲۷۲۲	-۰,۲۷۰۳	-۰,۲۸۴۳	۲۱
۲/	۰,۵۳۶۸	۲,۴۸۷۱	۰,۰۱۰۰	۰,۵۱۳۵	۲۲
۲/	۰,۵۳۰۴	۲,۰۰۶۹	۰,۰۱۹۵	۰,۰۷۶۹	۲۳
۲/	۰,۳۵۴۸	۳,۲۶۵۱	۰,۰۱۰۷	۰,۳۷۷۶	۲۴
۲/	۰,۳۳۰۹	۲,۲۵۰۶	۰,۰۴۷۳	۰,۱۹۳۳	۲۵
۲/	۰,۶۲۷۹	۴,۲۴۰۱	۰,۰۷۱۸	۰,۳۲۴۸	۲۶



## ادامه جدول ۱۱-۳

جامعه، $\pi_i$	$x_4 = \frac{CA}{NS}$	$x_3 = \frac{CA}{CL}$	$x_2 = \frac{NI}{TA}$	$x_1 = \frac{CF}{TD}$	خام
۲/	۰,۶۸۵۲	۴,۴۵۰۰	۰,۰۵۱۱	۰,۳۱۳۲	۲۷
۲/	۰,۶۹۲۵	۲,۵۲۱۰	۰,۰۴۹۹	۰,۱۱۸۴	۲۸
۲/	۰,۳۴۸۴	۲,۰۵۳۸	۰,۲۳۳	-۰,۰۱۷۳	۲۹
۲/	۰,۳۹۷۰	۲,۳۴۸۹	۰,۷۷۹	۰,۲۱۶۹	۳۰
۲/	۰,۵۱۷۴	۱,۷۹۷۳	۰,۰۶۹۵	۰,۱۷۰۳	۳۱
۲/	۰,۵۵۰۰	۲,۱۶۹۲	۰,۰۵۱۸	۰,۱۴۶۰	۳۲
۲/	۰,۵۷۷۸	۲,۵۰۲۹	-۰,۰۱۲۳	-۰,۰۹۸۵	۳۳
۲/	۰,۲۶۴۳	۰,۶۴۱۱	-۰,۰۳۱۲	۰,۱۳۹۸	۳۴
۲/	۰,۵۱۵۱	۲,۶۱۲۳	۰,۰۷۲۸	۰,۱۳۷۹	۳۵
۲/	۰,۵۵۶۳	۲,۲۳۴۷	۰,۰۵۶۴	۰,۱۴۸۶	۳۶
۲/	۰,۱۹۷۸	۲,۳۰۸۰	۰,۰۴۸۶	۰,۱۶۳۳	۳۷
۲/	۰,۳۷۸۶	۱,۸۳۸۱	۰,۰۵۹۷	۰,۲۹۰۷	۳۸
۲/	۰,۴۸۳۵	۲,۳۲۹۳	۰,۱۰۶۴	۰,۵۳۸۳	۳۹
۲/	۰,۴۷۳۰	۳,۰۱۲۴	-۰,۰۸۵۴	-۰,۳۳۳۰	۴۰
۲/	۰,۱۸۴۷	۱,۲۴۴۴	۰,۰۹۱۰	۰,۴۷۸۵	۴۱
۲/	۰,۴۴۴۳	۴,۲۹۱۸	۰,۱۱۲	۰,۵۶۰۳	۴۲
۲/	۰,۳۰۱۸	۱,۹۹۳۶	۰,۰۷۹۲	۰,۲۰۲۹	۴۳
۲/	۰,۴۴۸۷	۲,۹۱۶۶	۰,۱۳۸۰	۰,۴۷۴۶	۴۴
۲/	۰,۱۳۷۰	۲,۴۵۲۷	۰,۰۳۵۱	۰,۱۶۶۱	۴۵
۲/	۰,۱۲۶۸	۵,۰۵۹۴	۰,۰۳۷۱	۰,۵۸۰۸	۴۶

جدول ۱۱-۴

$\pi_3$ : زنبق ورجینیکا				$\pi_2$ : زنبق رنگارنگ				$\pi_1$ : زنبق ستوسا			
عرض گلبرگ $x_4$	طول گلبرگ $x_3$	عرض کاسبرگ $x_2$	طول کاسبرگ $x_1$	عرض گلبرگ $x_4$	طول گلبرگ $x_3$	عرض کاسبرگ $x_2$	طول کاسبرگ $x_1$	عرض گلبرگ $x_4$	طول گلبرگ $x_3$	عرض کاسبرگ $x_2$	طول کاسبرگ $x_1$
۲٫۵	۶٫۰	۳٫۳	۶٫۳	۱٫۴	۴٫۷	۳٫۲	۷٫۰	۰٫۲	۱٫۴	۳٫۵	۵٫۱
۱٫۹	۵٫۱	۲٫۷	۵٫۸	۱٫۵	۴٫۵	۳٫۲	۶٫۴	۰٫۲	۱٫۴	۳٫۰	۴٫۹
۲٫۱	۵٫۹	۳٫۰	۷٫۱	۱٫۵	۴٫۹	۳٫۱	۶٫۹	۰٫۲	۱٫۳	۳٫۲	۴٫۷
۱٫۸	۵٫۶	۲٫۹	۶٫۳	۱٫۳	۴٫۰	۲٫۳	۵٫۵	۰٫۲	۱٫۵	۳٫۱	۴٫۶
۲٫۲	۵٫۸	۳٫۰	۶٫۵	۱٫۵	۴٫۶	۲٫۸	۶٫۵	۰٫۲	۱٫۴	۳٫۶	۵٫۰
۲٫۱	۶٫۶	۳٫۰	۷٫۶	۱٫۳	۴٫۵	۲٫۸	۵٫۷	۰٫۴	۱٫۷	۳٫۹	۵٫۴
۱٫۷	۴٫۵	۲٫۵	۴٫۹	۱٫۶	۴٫۷	۳٫۳	۶٫۳	۰٫۳	۱٫۴	۳٫۴	۴٫۶
۱٫۸	۶٫۳	۲٫۹	۷٫۳	۱٫۰	۳٫۳	۲٫۴	۴٫۹	۰٫۲	۱٫۵	۳٫۴	۵٫۰
۱٫۸	۵٫۸	۲٫۵	۶٫۷	۱٫۳	۴٫۶	۲٫۹	۶٫۶	۰٫۲	۱٫۴	۲٫۹	۴٫۴
۲٫۵	۶٫۱	۳٫۶	۷٫۲	۱٫۴	۳٫۹	۲٫۷	۵٫۲	۰٫۱	۱٫۵	۳٫۱	۴٫۹
۲٫۰	۵٫۱	۳٫۲	۶٫۵	۱٫۰	۳٫۵	۲٫۵	۵٫۰	۰٫۲	۱٫۵	۳٫۷	۵٫۴
۱٫۹	۵٫۳	۲٫۷	۶٫۴	۱٫۵	۴٫۲	۳٫۰	۵٫۹	۰٫۲	۱٫۶	۳٫۴	۴٫۸
۲٫۱	۵٫۵	۳٫۰	۶٫۸	۱٫۰	۴٫۰	۲٫۲	۶٫۰	۰٫۱	۱٫۴	۳٫۰	۴٫۸
۲٫۰	۵٫۰	۲٫۵	۵٫۷	۱٫۴	۴٫۷	۲٫۹	۶٫۱	۰٫۱	۱٫۱	۳٫۰	۴٫۳
۲٫۴	۵٫۱	۲٫۸	۵٫۸	۱٫۳	۳٫۶	۲٫۹	۵٫۶	۰٫۲	۱٫۲	۴٫۰	۵٫۸
۲٫۳	۵٫۳	۳٫۲	۶٫۴	۱٫۴	۴٫۴	۳٫۱	۶٫۷	۰٫۴	۱٫۵	۴٫۴	۵٫۷
۱٫۵	۵٫۰	۲٫۲	۶٫۰	۱٫۱	۳٫۹	۲٫۵	۵٫۶	۰٫۳	۱٫۵	۳٫۸	۵٫۱
۲٫۳	۵٫۷	۳٫۲	۶٫۹	۱٫۸	۴٫۸	۳٫۲	۵٫۹	۰٫۲	۱٫۷	۳٫۴	۵٫۴
۲٫۰	۴٫۹	۲٫۸	۵٫۶	۱٫۳	۴٫۰	۲٫۸	۶٫۱	۰٫۴	۱٫۵	۳٫۷	۵٫۱
۲٫۰	۶٫۷	۲٫۸	۷٫۷	۱٫۵	۴٫۹	۲٫۵	۶٫۳	۰٫۲	۱٫۰	۳٫۶	۴٫۶
۱٫۸	۴٫۹	۲٫۷	۶٫۳	۱٫۲	۴٫۷	۲٫۸	۶٫۱	۰٫۵	۱٫۷	۳٫۳	۵٫۱
۲٫۱	۵٫۷	۳٫۳	۶٫۷	۱٫۳	۴٫۳	۲٫۹	۶٫۴	۰٫۲	۱٫۹	۳٫۴	۴٫۸
۱٫۸	۶٫۰	۳٫۲	۷٫۲	۱٫۴	۴٫۴	۳٫۰	۶٫۶	۰٫۲	۱٫۶	۳٫۰	۵٫۰



## ادامه جدول ۱۱-۴

$\pi_3$ : زنبق ورجینیکا				$\pi_2$ : زنبق رنگارنگ				$\pi_1$ : زنبق ستوسا			
عرض گلبرگ $x_4$	طول گلبرگ $x_3$	عرض کاسبرگ $x_2$	طول کاسبرگ $x_1$	عرض گلبرگ $x_4$	طول گلبرگ $x_3$	عرض کاسبرگ $x_2$	طول کاسبرگ $x_1$	عرض گلبرگ $x_4$	طول گلبرگ $x_3$	عرض کاسبرگ $x_2$	طول کاسبرگ $x_1$
۱٫۸	۴٫۸	۲٫۸	۶٫۲	۱٫۴	۴٫۸	۲٫۸	۶٫۸	۰٫۴	۱٫۶	۳٫۴	۵٫۰
۱٫۸	۴٫۹	۳٫۰	۶٫۱	۱٫۷	۵٫۰	۳٫۰	۶٫۷	۰٫۲	۱٫۵	۳٫۵	۵٫۲
۲٫۱	۵٫۶	۲٫۸	۶٫۴	۱٫۵	۴٫۵	۲٫۹	۶٫۰	۰٫۲	۱٫۴	۳٫۴	۵٫۲
۱٫۶	۵٫۸	۳٫۰	۷٫۲	۱٫۰	۳٫۵	۲٫۶	۵٫۷	۰٫۲	۱٫۶	۳٫۲	۴٫۷
۱٫۹	۶٫۱	۲٫۸	۷٫۴	۱٫۱	۳٫۸	۲٫۴	۵٫۵	۰٫۲	۱٫۶	۳٫۱	۴٫۸
۲٫۰	۶٫۴	۳٫۸	۷٫۹	۱٫۰	۳٫۷	۲٫۴	۵٫۵	۰٫۴	۱٫۵	۳٫۴	۵٫۴
۲٫۲	۵٫۶	۲٫۸	۶٫۴	۱٫۲	۳٫۹	۲٫۷	۵٫۸	۰٫۱	۱٫۵	۴٫۱	۵٫۲
۱٫۵	۵٫۱	۲٫۸	۶٫۳	۱٫۶	۵٫۱	۲٫۷	۶٫۰	۰٫۲	۱٫۴	۴٫۲	۵٫۵
۱٫۴	۵٫۶	۲٫۶	۶٫۱	۱٫۵	۴٫۵	۳٫۰	۵٫۴	۰٫۲	۱٫۵	۳٫۱	۴٫۹
۲٫۳	۶٫۱	۳٫۰	۷٫۷	۱٫۶	۴٫۵	۳٫۴	۶٫۰	۰٫۲	۱٫۲	۳٫۲	۵٫۰
۲٫۴	۵٫۶	۳٫۴	۶٫۳	۱٫۵	۴٫۷	۳٫۱	۶٫۷	۰٫۲	۱٫۳	۳٫۵	۵٫۵
۱٫۸	۵٫۵	۳٫۱	۶٫۴	۱٫۳	۴٫۴	۲٫۳	۶٫۳	۰٫۱	۱٫۴	۳٫۶	۴٫۹
۱٫۸	۴٫۸	۳٫۰	۶٫۰	۱٫۳	۴٫۱	۳٫۰	۵٫۶	۰٫۲	۱٫۳	۳٫۰	۴٫۴
۲٫۱	۵٫۴	۳٫۱	۶٫۹	۱٫۳	۴٫۰	۲٫۵	۵٫۵	۰٫۲	۱٫۵	۳٫۴	۵٫۱
۲٫۴	۵٫۶	۳٫۱	۶٫۷	۱٫۲	۴٫۴	۲٫۶	۵٫۵	۰٫۳	۱٫۳	۳٫۵	۵٫۰
۲٫۳	۵٫۱	۳٫۱	۶٫۹	۱٫۴	۴٫۶	۳٫۰	۶٫۱	۰٫۳	۱٫۳	۲٫۳	۴٫۵
۱٫۹	۵٫۱	۲٫۷	۵٫۸	۱٫۲	۴٫۰	۲٫۶	۵٫۸	۰٫۲	۱٫۳	۳٫۲	۴٫۴
۲٫۳	۵٫۹	۳٫۲	۶٫۸	۱٫۰	۳٫۳	۲٫۳	۵٫۰	۰٫۶	۱٫۶	۳٫۵	۵٫۰
۲٫۵	۵٫۷	۳٫۳	۶٫۷	۱٫۳	۴٫۲	۲٫۷	۵٫۶	۰٫۴	۱٫۹	۳٫۸	۵٫۱
۲٫۳	۵٫۲	۳٫۰	۶٫۷	۱٫۲	۴٫۲	۳٫۰	۵٫۷	۰٫۳	۱٫۴	۳٫۰	۴٫۸
۱٫۹	۵٫۰	۲٫۵	۶٫۳	۱٫۳	۴٫۲	۲٫۹	۵٫۷	۰٫۲	۱٫۶	۳٫۸	۵٫۱
۲٫۰	۵٫۲	۳٫۰	۶٫۵	۱٫۳	۴٫۳	۲٫۹	۶٫۲	۰٫۲	۱٫۴	۳٫۲	۴٫۶
۲٫۳	۵٫۴	۳٫۴	۶٫۲	۱٫۱	۳٫۰	۲٫۵	۵٫۱	۰٫۲	۱٫۵	۳٫۷	۵٫۳
۱٫۸	۵٫۱	۳٫۰	۵٫۹	۱٫۳	۴٫۱	۲٫۸	۵٫۷	۰٫۲	۱٫۴	۳٫۳	۵٫۰

۲۳. ۱۱ جریلد و لانتز [۱۰] به طور شیمیایی نمونه های نفت خام را از سه منطقه

$\pi_1$ : سنگ سیاه ویلهلم

$\pi_2$ : سنگ سیاه ساب مولینیا

$\pi_3$ : سنگ سیاه بالایی

### مقادیر

$X_1$  = (به درصد خاکستر) وانادیوم

$X_2$  = (به درصد خاکستر) آهن

$X_3$  = (به درصد خاکستر) بریلیوم

### و دو اندازه هیدروکربن

$X_4$  = (به درصد مساحت) هیدروکربن اشباع شده

$X_5$  = (به درصد مساحت) هیدروکربن بودار

برای ۵۶ مورد در جدول ۱۱-۶ ارائه شده اند. دو اندازه آخر از مساحت های زیر یک منحنی کروماتوگرافی گاز مایع تعیین شده اند.

(الف) قاعده TPM مینیمم برآورد شده را با فرض نرمال بودن به دست آورید. در مورد مناسب بودن فرض نرمال نظر خود را ارائه نمایید.

(ب) برآورد  $E$  (AER) را با استفاده از روش لچن بروج تعیین کنید. همچنین ماتریس مغشوش را ارائه کنید.

(ج) تبدیلات مختلف داده ها برای نرمال بودن (مثال ۱۱-۱۴ را ملاحظه کنید) را در نظر گرفته و بخش های الف و ب را تکرار کنید.



جدول ۱۱-۵

$\pi_3$ : در مرز			$\pi_2$ : پذیرفته نشده			$\pi_1$ : پذیرفته شده		
GMAT ( $x_2$ )	GPA ( $x_1$ )	شماره داوطلب	GMAT ( $x_2$ )	GPA ( $x_1$ )	شماره داوطلب	GMAT ( $x_2$ )	GPA ( $x_1$ )	شماره داوطلب
۴۹۴	۲,۸۶	۶۰	۴۴۶,	۲,۵۴	۳۲	۵۹۶,	۲,۹۶	۱
۴۹۶,	۲,۸۵	۶۱	۴۲۵,	۲,۴۳	۳۳	۷۷۳,	۳,۱۴	۲
۴,۱۹	۳,۱۴	۶۲	۴۷۴,	۲,۲۰	۳۴	۴۸۲,	۳,۲۲	۳
۳۷۱,	۳,۲۸	۶۳	۵۳۱,	۲,۳۶	۳۵	۵۲۷,	۳,۲۹	۴
۴۴۷,	۲,۸۹	۶۴	۵۴۲,	۲,۵۷	۳۶	۵۰۵,	۳,۶۹	۵
۳۱۳,	۳,۱۵	۶۵	۴۰۶	۲,۳۵	۳۷	۶۹۳,	۳,۴۶	۶
۴۰۲	۳,۵۰	۶۶	۴۱۲,	۲,۵۱	۳۸	۶۲۶,	۳,۰۳	۷
۴۸۵,	۲,۸۹	۶۷	۴۵۸,	۲,۵۱	۳۹	۶۶۳,	۳,۱۹	۸
۴۴۴,	۲,۸۰	۶۸	۳۹۹,	۲,۳۶	۴۰	۴۴۷,	۳,۶۳	۹
۴۱۶,	۳,۱۳	۶۹	۴۸۲,	۲,۳۶	۴۱	۵۸۸,	۳,۵۹	۱۰
۴۷۱,	۳,۰۱	۷۰	۴۲۰,	۲,۶۶	۴۲	۵۶۳,	۳,۳۰	۱۱
۴۹۰,	۲,۷۹	۷۱	۴۱۴,	۲,۶۸	۴۳	۵۵۳,	۳,۴۰	۱۲
۴۳۱,	۲,۸۹	۷۲	۵۳۳,	۲,۴۸	۴۴	۵۷۲,	۳,۵۰	۱۳
۴۴۶,	۲,۹۱	۷۳	۵۰۹,	۲,۴۶	۴۵	۵۹۱,	۳,۷۸	۱۴
۵۴۶,	۲,۷۵	۷۴	۵۰۴,	۲,۶۳	۴۶	۶۹۲,	۳,۴۴	۱۵
۴۶۷,	۲,۷۳	۷۵	۳۳۶,	۲,۴۴	۴۷	۵۲۸,	۳,۴۸	۱۶
۴۶۳,	۳,۱۲	۷۶	۴۰۸,	۲,۱۳	۴۸	۵۵۲,	۳,۴۷	۱۷
۴۴۰,	۳,۰۸	۷۷	۴۶۹,	۲,۴۱	۴۹	۵۲۰,	۳,۳۵	۱۸
۴۱۹,	۳,۰۳	۷۸	۵۳۸,	۲,۵۵	۵۰	۵۴۳,	۳,۳۹	۱۹
۵۰۹,	۳,۰۰	۷۹	۵۰۵,	۲,۳۱	۵۱	۵۲۳,	۳,۲۸	۲۰
۴۳۸,	۳,۰۳	۸۰	۴۸۹,	۲,۴۱	۵۲	۵۳۰,	۳,۲۱	۲۱
۳۹۹,	۳,۰۵	۸۱	۴۱۱,	۲,۱۹	۵۳	۵۶۴,	۳,۵۸	۲۲
۴۸۳,	۲,۸۵	۸۲	۳۲۱,	۲,۳۵	۵۴	۵۶۵,	۳,۳۳	۲۳
۴۵۳,	۳,۰۱	۸۳	۳۹۴,	۲,۶۰	۵۵	۴۳۱,	۳,۴۰	۲۴
۴۱۴,	۳,۰۳	۸۴	۵۲۸	۲,۵۵	۵۶	۶۰۵,	۳,۳۸	۲۵

ادامه جدول ۱۱-۵

$\pi_3$ : در مرز			$\pi_2$ : پذیرفته نشده			$\pi_1$ : پذیرفته شده		
GMAT ( $x_2$ )	GPA ( $x_1$ )	شماره داوطلب	GMAT ( $x_2$ )	GPA ( $x_1$ )	شماره داوطلب	GMAT ( $x_2$ )	GPA ( $x_1$ )	شماره داوطلب
۴۴۶٫	۳٫۰۴	۸۵	۳۹۹٫	۲٫۷۲	۵۷	۶۶۴٫	۳٫۲۶	۲۶
			۳۸۱٫	۲٫۸۵	۵۸	۶۰۹٫	۳٫۶۰	۲۷
			۳۸۴٫	۲٫۹۰	۵۹	۵۵۹٫	۳٫۳۷	۲۸
						۵۲۱٫	۳٫۸۰	۲۹
						۶۴۶٫	۳٫۷۶	۳۰
						۴۶۷٫	۳٫۲۴	۳۱

جدول ۱۱-۶

$x_5$	$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	
۱۲٫۱۹	۷٫۰۶	۰٫۲۰	۵۱٫۰	۳٫۹	$\pi_1$
۱۲٫۲۳	۷٫۱۴	۰٫۰۷	۴۹٫۰	۲٫۷	
۱۱٫۳۰	۷٫۰۰	۰٫۳۰	۳۶٫۰	۲٫۸	
۱۳٫۰۱	۷٫۲۰	۰٫۰۸	۴۵٫۰	۳٫۱	
۱۲٫۶۳	۷٫۸۱	۰٫۱۰	۴۶٫۰	۳٫۵	
۱۰٫۴۲	۶٫۲۵	۰٫۰۷	۴۳٫۰	۳٫۹	
۹٫۰۰	۵٫۱۱	۰٫۰۰	۳۵٫۰	۲٫۷	
۶٫۱۰	۷٫۰۶	۰٫۰۷	۴۷٫۰	۵٫۰	$\pi_2$
۴٫۶۹	۵٫۸۲	۰٫۲۰	۳۲٫۰	۳٫۴	
۳٫۱۵	۵٫۵۴	۰٫۰۰	۱۲٫۰	۱٫۲	
۴٫۵۵	۶٫۳۱	۰٫۰۷	۱۷٫۰	۸٫۴	
۴٫۹۵	۹٫۲۵	۰٫۵۰	۳۶٫۰	۴٫۲	
۲٫۲۲	۵٫۶۹	۰٫۵۰	۳۵٫۰	۴٫۲	
۲٫۹۴	۵٫۶۳	۰٫۱۰	۴۱٫۰	۳٫۹	
۲٫۲۷	۶٫۱۹	۰٫۰۷	۳۶٫۰	۳٫۹	
۱۲٫۹۲	۸٫۰۲	۰٫۳۰	۳۲٫۰	۷٫۳	
۵٫۷۶	۷٫۵۴	۰٫۰۷	۴۶٫۰	۴٫۴	
۱۰٫۷۷	۵٫۱۲	۰٫۰۰	۳۰٫۰	۳٫۰	
۸٫۲۷	۴٫۲۴	۰٫۵۰	۱۳٫۰	۶٫۳	$\pi_3$
۴٫۶۴	۵٫۶۹	۱٫۰۰	۵٫۶	۱٫۷	
۲٫۹۹	۴٫۳۴	۰٫۰۰	۲۴٫۰	۷٫۳	



## ادامه جدول ۱۱-۶

$x_5$	$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$
۶,۰۹	۳,۹۲	۰,۵۰	۱۸,۰	۷,۸
۶,۲۰	۵,۳۹	۰,۷۰	۲۵,۰	۷,۸
۵,۷۱	۳,۵۲	۰,۰۵	۱۷,۰	۹,۵
۸,۶۳	۴,۶۵	۰,۳۰	۱۴,۰	۷,۷
۸,۴۰	۴,۲۷	۰,۵۰	۲۰,۰	۱۱,۰
۷,۸۷	۴,۳۲	۰,۳۰	۱۴,۰	۸,۰
۷,۹۸	۴,۳۸	۰,۲۰	۱۸,۰	۸,۴
۷,۶۷	۳,۰۶	۰,۱۰	۱۸,۰	۱۰,۰
۶,۸۴	۳,۷۶	۰,۰۵	۱۵,۰	۷,۳
۵,۰۲	۳,۹۸	۰,۳۰	۲۲,۰	۹,۵
۱۰,۱۲	۵,۰۲	۰,۲۰	۱۵,۰	۸,۴
۵,۹۵	۴,۴۴	۰,۵۰	۲۵,۰	۹,۵
۳,۴۹	۴,۷۰	۱,۰۰	۲۲,۰	۷,۲
۶,۳۲	۵,۷۱	۰,۵۰	۱۲,۰	۴,۰
۳,۲۰	۴,۸۰	۰,۵۰	۵۲,۰	۶,۷
۳,۳۰	۳,۶۹	۰,۳۰	۲۷,۰	۹,۰
۵,۷۵	۶,۷۲	۱,۵۰	۲۹,۰	۷,۸
۲,۲۷	۳,۳۳	۰,۵۰	۴۱,۰	۴,۵
۶,۹۳	۷,۵۶	۰,۷۰	۳۴,۰	۶,۲
۶,۷۰	۵,۰۷	۰,۵۰	۲۰,۰	۵,۶
۸,۳۳	۴,۳۹	۰,۲۰	۱۷,۰	۹,۰
۳,۷۷	۳,۷۴	۰,۱۰	۲۰,۰	۸,۴
۷,۳۷	۳,۷۲	۰,۵۰	۱۹,۰	۹,۵
۱۱,۱۷	۵,۹۷	۰,۵۰	۲۰,۰	۹,۰
۴,۱۸	۴,۲۳	۰,۰۵	۱۶,۰	۶,۲
۳,۵۰	۴,۳۹	۰,۵۰	۲۰,۰	۷,۳
۴,۸۲	۷,۰۰	۰,۷۰	۱۵,۰	۳,۶
۲,۳۷	۴,۸۴	۰,۰۷	۳۴,۰	۶,۲
۲,۷۰	۴,۱۳	۰,۰۰	۲۲,۰	۷,۳
۷,۷۶	۵,۷۸	۰,۷۰	۲۹,۰	۴,۱
۲,۶۵	۴,۶۴	۰,۲۰	۲۹,۰	۵,۴
۶,۵۰	۴,۲۱	۰,۷۰	۳۴,۰	۵,۰
۲,۹۷	۳,۹۷	۰,۳۰	۲۷,۰	۶,۲

لهستانی در یک سطح متوسط با فرانسوی - ایتالیایی - اسپانیایی ترکیب می شود . علاوه بر این هر دوش مجارستانی و فنلاندی را فقط در مرحله ماقبل آخر ترکیب می کنند .  
با این وجود این دوش با آلمانی و هلندی به طور متفاوتی عمل می کند . پیوند تکی آلمانی و هلندی را در یک فاصله متوسط ترکیب می کند و این دو زبان تا ترکیب کننده نهایی به صورت یک خوشه باقی می ماند . پیوند کامل آلمانی را با دسته انگلیسی - نروژی - دانمارکی در یک سطح متوسط ترکیب می کند . هلندی مادامی که با دسته های انگلیسی - نروژی - دانمارکی - آلمانی و فرانسوی - ایتالیایی - اسپانیایی - لهستانی در یک سطح بالاتر فاصله ترکیب نشود ، خودش یک خوشه باقی می ماند . ترکیب کننده پیوند کامل نهایی شامل دو خوشه است . ترکیب کننده نهایی در پیوند تکی شامل سه خوشه است .

## مثال ۱۲-۸

داده های مربوط به ۲۲ شرکت سودمندی عمومی آمریکا برای سال ۱۹۷۵ جمع آوری شده است . این داده ها در جدول (۱۲-۵) فهرست شده است .

اگرچه دسته بندی کردن شرکتها بیشتر جالب توجه است ، در این جا می بینیم که چطور الگوریتم پیوند کامل را می توان برای خوشه ای کردن متغیرها به کار برد .

مشابهت بین زوجهای متغیرها را با ضریب همبستگی گشتاور حاصل ضرب اندازه گیری می کنیم . ماتریس همبستگی در جدول (۱۲-۶) داده شده است .

هنگامی که از همبستگیهای نمونه به عنوان اندازه های مشابهت استفاده می کنیم ، متغیرهایی که همبستگیهای منفی بزرگی دارند را بسیار غیر مشابه و متغیرهایی که همبستگیهای مثبت بزرگی دارند را خیلی مشابه تلقی می کنیم . در این حالت «فاصله» بین خوشه ها را به صورت کمترین مشابهت بین اعضای خوشه های متناظر اندازه گیری می کنیم . اگر از الگوریتم پیوند کامل برای ماتریس مشابهت بالا استفاده کنیم ، دندوگرام در شکل (۱۲-۹) را به ما می دهد .

می بینیم که متغیرهای ۱ و ۲ (نسبت مورد بیمه هزینه ثابت و نرخ سود سرمایه) ، متغیرهای ۴ و ۸ (عامل بارگیری سالیانه و کل هزینه های سوخت گیری) و متغیرهای ۳ و ۵ (هزینه هر کیلو وات ظرفیت در محل و رشد تقاضای کیلووات ساعتی ماکزیمم) در سطوح «مشابهت» متوسط خوشه ای می شوند . متغیرهای ۷ (درصد هسته ای) و ۶ (فروش) تا آخرین مرحله تنها باقی می مانند . آخرین ترکیب کننده دسته (12478) و دسته (356) را باهم می آورد .

مانند پیوند تکی ، یک تخصیص «جدید» از فاصله ها (مشابهتها) که مانند فواصل اولیه دارای ترتیبهای نسبی یکسانی هستند ، پیکربندی خوشه های پیوند کامل را تغییر نمی دهد .



جدول ۱۲-۵ داده‌های مربوط به ۲۲ شرکت سودمندی (۱۹۷۵)

متغیرها								شرکت
$X_8$	$X_7$	$X_6$	$X_5$	$X_4$	$X_3$	$X_2$	$X_1$	
۰٫۶۲۸	۰	۹۰۷۷	۱٫۶	۱۴٫۴	۱۵۱	۹٫۲	۱٫۰۶	۱- خدمات عمومی آریزونا
۱٫۵۵۵	۲۵٫۳	۵۰۸۸	۲٫۲	۵۷٫۹	۲۰۲	۱۰٫۳	۰٫۸۹	۲- شرکت بوستن ادیسون
۱٫۰۵۸	۰	۹۲۱۲	۳٫۴	۵۳	۱۱۳	۱۵٫۴	۱٫۴۳	۳- شرکت برق لویزانای مرکزی
۰٫۷۰۰	۳۴٫۳	۶۴۲۳	۰٫۳	۵۶	۱۶۸	۱۱٫۲	۱٫۰۲	۴- شرکت بازار مشترک ادیسون
۲٫۰۴۴	۱۵٫۶	۳۳۰۰	۱٫۰	۵۱٫۲	۱۹۲	۸٫۸	۱٫۴۹	۵- شرکت ادیسون یک پارچه شده (N.Y.)
۱٫۲۴۱	۲۲٫۵	۱۱۱۲۷	-۲٫۲	۶۰٫۰	۱۱۱	۱۳٫۵	۱٫۳۲	۶- شرکت قدرت و نور فلوریدا
۱٫۶۵۲۸	۰	۷۶۴۲	۲٫۲	۶۷٫۶	۱۷۵	۱۲٫۲	۱٫۲۲	۷- شرکت برق هاوایی
۰٫۳۰۹	۰	۱۳۰۸۲	۳٫۳	۵۷٫۰	۲۴۵	۹٫۲	۱٫۱۰	۸- شرکت قدرت ایداهو
۰٫۸۶۲	۰	۸۴۰۶	۷٫۲	۶۰٫۴	۱۶۸	۱۳٫۰	۱٫۳۴	۹- شرکت سودمندی کتاک
۰٫۶۲۳	۳۹٫۲	۶۴۵۵	۲٫۷	۵۳٫۰	۱۹۷	۱۲٫۴	۱٫۱۲	۱۰- شرکت گاز و برق مدیسون
۰٫۷۶۸	۰	۱۷۴۴۱	۶٫۵	۵۱٫۵	۱۷۳	۷٫۵	۰٫۷۵	۱۱- شرکت قدرت نوادا
۱٫۸۹۷	۰	۶۱۵۴	۳٫۷	۶۲٫۰	۱۷۸	۱۰٫۹	۱٫۱۳	۱۲- شرکت برق نیوانگلند
۰٫۵۲۷	۵۰٫۲	۷۱۷۹	۶٫۴	۵۳٫۷	۱۹۹	۱۲٫۷	۱٫۱۵	۱۳- شرکت قدرت ایالت‌های شرقی
۰٫۵۸۸	۰	۹۶۷۳	۱٫۴	۴۹٫۸	۹۶	۱۲٫۰	۱٫۰۹	۱۴- شرکت گاز و برق اکلاهاما
۱٫۴۰۰	۰٫۹	۶۴۶۸	-۰٫۱	۶۲٫۲	۱۶۴	۷٫۶	۰٫۶۹	۱۵- شرکت برق و گاز پاسیفیک
۰٫۶۲۰	۰	۱۵۹۹۱	۹٫۲	۵۶٫۰	۲۵۲	۹٫۹	۱٫۱۶	۱۶- شرکت قدرت و نور پوکن سوند
۱٫۹۲۰	۸٫۳	۵۷۱۴	۹٫۰	۶۱٫۹	۱۳۶	۶٫۴	۰٫۷۶	۱۷- شرکت گاز و برق سان دیاگو
۱٫۱۸۰	۰	۱۰۱۴۰	۲٫۷	۵۶٫۷	۱۵۰	۱۲٫۶	۱٫۰۵	۱۸- شرکت جنوبی
۰٫۶۳۶	۰	۱۳۵۰۷	-۲٫۱	۵۴٫۰	۱۰۴	۱۱٫۷	۱٫۱۶	۱۹- شرکت سودمندی تکراس
۰٫۷۰۲	۴۱٫۱	۷۲۸۷	۳٫۵	۵۹٫۹	۱۴۸	۱۱٫۸	۱٫۲۰	۲۰- شرکت قدرت برق ویسکانسین
۲٫۱۱۶	۰	۶۶۵۰	۳٫۵	۶۱٫۰	۲۰۴	۸٫۶	۱٫۰۴	۲۱- شرکت روشنائی
۱٫۳۰۶	۲۶٫۶	۱۰۰۹۳	۵٫۹	۵۴٫۳	۱۷۴	۹٫۳	۱٫۰۷	۲۲- برق و قدرت ویرجی نیا