جدول ۱۹.۵ تحلیل واریانس برای طرح مربع یونانی-لاتین

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجات آزادی
تیمارهایی که با حروف لاتین نشان داده شده‌اند	$SS_{\text{لاتین}} = \sum_{j=1}^{p} \frac{y_{.j..}^2}{p} - \frac{y_{....}^2}{N}$	$p-1$
تیمارهایی که با حروف یونانی نشان داده شده‌اند	$SS_{\text{یونانی}} = \sum_{k=1}^{p} \frac{y_{..k.}}{p} - \frac{y_{....}^2}{N}$	$p-1$
سطرها	$SS_{\text{سطرها}} = \sum_{i=1}^{p} \frac{y_{i...}^2}{p} - \frac{y_{....}^2}{N}$	$p-1$
ستونها	$SS_{\text{ستونها}} = \sum_{l=1}^{p} \frac{y_{...l}^2}{p} - \frac{y_{....}^2}{N}$	$p-1$
خطا	(از تفریق) $SS_{\text{خطا}}$	$(p-3)(p-1)$
کل	$SS_{\text{کل}} = \sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{l} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{N}$	p^2-1

یک‌بار ظاهر شده و دقیقاً یک‌بار مواجه با هر حرف لاتین می‌شوند، لذا عامل مشخص شده با حروف یونانی با سطرها، ستونها، و تیمارهای حروف لاتین متعامدند. بنابراین، مجموع مربعات مربوط به عامل حرف یونانی را می‌توان از مجموعهای حروف یونانی محاسبه کرد و به‌علاوه خطای آزمایشی به‌اندازهٔ این مقدار کاهش پیدا می‌کند. جزئیات محاسباتی را در جدول ۱۹.۵ آورده‌ایم. فرضهای صفر تساوی سطر، ستون، حرف لاتین، و تیمارهای حرف یونانی با تقسیم کردن میانگین مربعات متناظر آنها بر میانگین مربع خطا آزمون می‌شوند. ناحیهٔ رد، نقطه بالا ـ دنباله‌ای توزیع $F_{p-1,(p-3)(p-1)}$ است.

مثال ۵.۵

گیریم در آزمایش فرمولبندی دینامیت مثال ۴.۵ عامل دیگری مثلاً، استاندارد اجزاء ترکیب‌کننده بتواند مهم باشد. پنج استاندارد اجزاء ترکیب‌کننده را با حروف یونانی $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ نشان داده‌ایم. طرح مربع یونانی-لاتین ۵ × ۵ حاصل را در جدول ۲۰.۵ آورده‌ایم.

توجه کنید که چون مجموع مواد خام (سطرها)، عملگرها (ستونها)، و فرمولبندیها (حروف لاتین) با مثال ۴.۵ یکی هستند داریم

$$SS_{\text{فرمولبندیها}} = ۳۳۰٫۰۰ \qquad SS_{\text{عملگرها}} = ۱۵۰٫۰۰ \qquad SS_{\text{دسته‌ها}} = ۶۸٫۰۰$$

Scanned with CamScanner

جدول ۲۰.۵ طرح مربع یونانی-لاتین برای مسألهٔ فرمولبندی دینامیت

دستههای مواد خام	عملگرها ۱	۲	۳	۴	۵	$y_{i...}$
۱	$A\alpha = -۱$	$B\gamma = -۵$	$C\epsilon = -۶$	$D\beta = -۱$	$E\delta = -۱$	-۱۴
۲	$B\beta = -۸$	$C\delta = -۱$	$D\alpha = ۵$	$E\gamma = ۲$	$A\epsilon = ۱۱$	۹
۳	$C\gamma = -۷$	$D\epsilon = ۱۳$	$E\beta = ۱$	$A\delta = ۲$	$B\alpha = -۴$	۵
۴	$D\delta = ۱$	$E\alpha = ۶$	$A\gamma = ۱$	$B\epsilon = -۲$	$C\beta = -۳$	۳
۵	$E\epsilon = -۳$	$A\beta = ۵$	$B\delta = -۵$	$C\alpha = ۴$	$D\gamma = ۶$	۷
$y_{..k.}$	-۱۸	۱۸	-۴	۵	۹	$۱۰ = y_{....}$

مجموعها برای استاندارد اجزاء ترکیب‌کننده (حروف یونانی) عبارت‌اند از:

حرف یونانی	مجموع استاندارد اجزاء ترکیب‌کننده
α	$y_{..۱.} = ۱۰$
β	$y_{..۲.} = -۶$
γ	$y_{..۳.} = -۳$
δ	$y_{..۴.} = -۴$
ϵ	$y_{..۵.} = ۱۳$

پس، مجموع مربعات استاندارد اجزاء ترکیب‌کننده چنین است،

$$SS_{\text{استاندارد اجزاء}} = \sum_{k=1}^{p} \frac{y_{..k.}^2}{p} - \frac{y_{....}^2}{N}$$
$$= \frac{۱۰^2 + (-۶)^2 + (-۳)^2 + (-۴)^2 + ۱۳^2}{۵} - \frac{(۱۰)^2}{۲۵} = ۶۲٫۰۰$$

تحلیل کامل واریانس را در جدول ۲۱.۵ خلاصه کرده‌ایم. فرمولبندیها در ۱ درصد تفاوتی معنی‌دار دارند. با مقایسهٔ جدولهای ۲۱.۵ و ۱۲.۵ ملاحظه می‌کنیم که با حذف تغییرپذیری مربوط به‌استاندارد اجزاء ترکیب‌کننده، خطای آزمایش کاهش پیدا کرده است. اما، با کاهش خطای آزمایش، درجهٔ

جدول ۲۱.۵ تحلیل واریانس برای مسألهٔ فرمولبندی دینامیت

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجات آزادی	میانگین مربعات	F.
فرمولبندیها	۳۳۰٫۰۰	۴	۸۲٫۵۰	۱۰٫۰۰*
دسته‌های مواد خام	۶۸٫۰۰	۴	۱۷٫۰۰	
عملگرها	۱۵۰٫۰۰	۴	۳۷٫۵۰	
استاندارد اجزاء ترکیب‌کننده	۶۲٫۰۰	۴	۱۵٫۵۰	
خطا	۶۶٫۰۰	۸	۸٫۲۵	
کل	۶۷۶٫۰۰	۲۴		

* در یک درصد معنی‌دار.

آزادی خطا نیز از ۱۲ (در طرح مربع لاتین مثال ۴.۵) به ۸ تقلیل یافته است. پس، برآورد خطا درجهٔ آزادی کمتری دارد و آزمون می‌تواند حساسیتی کمتر داشته باشد. ■

مفهوم جفت مربعات لاتین متعامد را که تشکیل یک مربع یونانی-لاتین می‌دهند می‌توان بازهم بیشتر تعمیم داد. یک ابر مربع $p \times p$ طرحی است که سه یا بیشتر از سه مربع لاتین $p \times p$ را برهم می‌نهد. به‌طور کلی، اگر یک مجموعهٔ کامل از $p - ۱$ مربع لاتین متعامد در اختیار باشند، تا $p + ۱$ عامل را می‌توان مطالعه کرد. چنین طرحی از تمامی $(p + ۱)(p - ۱) = p^۲ - ۱$ درجهٔ آزادی استفاده می‌کند، به‌طوری‌که برآورد مستقل واریانس خطا لازم می‌شود. البته، وقتی از ابر مربعات استفاده می‌شود نباید بین عاملها اثرهای متقابل وجود داشته باشد.

۴.۵ مسائل

۱.۵ یک شیمیدان می‌خواهد اثر چهار عامل شیمیایی را در مقاومت نوع خاصی پارچه آزمون کند. به‌دلیل وجود تغییرپذیری از یک توپی به‌توپ دیگر پارچه شیمیدان تصمیم می‌گیرد تا از طرح بلوکی تصادفی‌شده استفاده کند، توپهای پارچه را به‌عنوان بلوک در نظر می‌گیرد. وی پنج توپ را اختیار کرده و تمامی چهار عامل شیمیایی را به‌ترتیب تصادفی بر هر توپ امتحان می‌کند. مقاومت کششی حاصل به‌صورت جدول زیر است. داده‌ها را تحلیل کرده و نتایج مقتضی را ارائه دهید.

Scanned with CamScanner

عامل شیمیایی	توپ پارچه ۱	۲	۳	۴	۵
۱	۷۳	۶۸	۷۴	۷۱	۶۷
۲	۷۳	۶۷	۷۵	۷۲	۷۰
۳	۷۵	۶۸	۷۸	۷۳	۶۸
۴	۷۳	۷۱	۷۵	۷۵	۶۹

۲.۵ سه محلول متفاوت شستشو برای مطالعهٔ اثر آنها در کند شدن رشد باکتری در ظروف ۵ گالنی شیر با هم مقایسه می‌شوند. تحلیل در یک آزمایشگاه انجام می‌شود، و در هر روز تنها سه آزمایش را می‌توان اجرا کرد. به‌دلیل اینکه زمان (روز) می‌تواند منبع بالقوهٔ تغییرپذیری باشد، آزمایشگر تصمیم به‌استفاده از طرح بلوکی تصادفی‌شده می‌گیرد. مشاهدات در چهار روز گرفته شده و داده‌ها را در زیر نشان داده‌ایم. داده‌ها را تحلیل کرده و نتایج را استخراج کنید.

محلول	روزها ۱	۲	۳	۴
۱	۱۳	۲۲	۱۸	۳۹
۲	۱۶	۲۴	۱۷	۴۴
۳	۵	۴	۱	۲۲

۳.۵ نمودار میانگین مقاومتهای کششی مشاهده شده را برای انواع عاملهای شیمیایی در مسألهٔ ۱.۵ رسم کرده و آنها را با توزیع st مقیاس‌بندی شده مناسب مقایسه کنید. چه نتایجی از این نمودار می‌گیرید؟

۴.۵ نمودار متوسط تعداد باکتریها را برای هر محلول در مسألهٔ ۲.۵ رسم کرده و آنها را با توزیع st مقیاس‌بندی شده مقایسه کنید. چه نتایجی می‌توانید بگیرید؟

۵.۵ مقاله‌ای در *Fire Safety Journal*، شمارهٔ چهارم، ماه اوت ۱۹۸۱، تحت عنوان «اثر طرح سر لوله در ثبات و عملکرد تلاطم فوران آب» آزمایشی را شرح می‌دهد که در آن عامل شکل برای چندین طرح متفاوت سر لوله با شش سطح سرعت فوران تعیین شده است. توجه، بر تفاوتهای بالقوهٔ بین طرحهای سر لوله معطوف است که سرعت را به‌عنوان متغیر اغتشاش در نظر می‌گیرد. داده‌ها را در زیر نشان داده‌ایم:

طرح سر لوله	سرعت فوران (متر بر ثانیه)					
	۱۱٫۷۳	۱۴٫۳۷	۱۶٫۵۹	۲۰٫۴۳	۲۳٫۴۶	۲۸٫۷۴
۱	۰٫۷۸	۰٫۸۰	۰٫۸۱	۰٫۷۵	۰٫۷۷	۰٫۷۸
۲	۰٫۸۵	۰٫۸۵	۰٫۹۲	۰٫۸۶	۰٫۸۱	۰٫۸۳
۳	۰٫۹۳	۰٫۹۲	۰٫۹۵	۰٫۸۹	۰٫۸۹	۰٫۸۳
۴	۱٫۱۴	۰٫۹۷	۰٫۹۸	۰٫۸۸	۰٫۸۶	۰٫۸۳
۵	۰٫۹۷	۰٫۸۶	۰٫۷۸	۰٫۷۶	۰٫۷۶	۰٫۷۵

(الف) آیا طرح سر لوله در عامل شکل مؤثر است؟ سر لوله‌ها را با نمودار جعبه‌ای و با تحلیل واریانس مقایسه کنید.

(ب) برای این آزمایش مانده‌ها را تحلیل کنید.

(ج) کدام طرحهای سر لوله با توجه به عامل شکل متفاوت‌اند؟ نمودار متوسط عامل شکل را برای هر یک از انواع سر لوله رسم کرده و آن‌را با توزیع st ای مقیاس‌بندی شده مقایسه کنید. نتایج حاصل از این نمودار را با آزمون دامنهٔ چندگانهٔ دانکن مقایسه کنید.

۶.۵ آزمایش الگوریتم کنترل نسبت که در فصل چهارم (صفحهٔ ۱۲۷) شرح آن گذشت در نظر بگیرید. آزمایشی که واقعاً انجام شده به‌صورت طرح بلوکی تصادفی‌شده بوده است، که در آن شش دورهٔ زمانی به‌عنوان بلوک انتخاب شده است، و در هر یک از دوره‌های زمانی تمامی چهار الگوریتم کنترل نسبت آزمون شده‌اند. متوسط ولتاژ ظرف و انحراف معیار ولتاژ برای هر ظرف (که در پرانتز نشان داده‌ایم) به‌صورت زیر بوده‌اند:

الگوریتمهای کنترل نسبت	دوره‌های زمانی					
	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۴٫۹۳(۰٫۰۵)	۴٫۸۶(۰٫۰۴)	۴٫۷۵(۰٫۰۵)	۴٫۹۵(۰٫۰۶)	۴٫۷۹(۰٫۰۳)	۴٫۸۸(۰٫۰۵)
۲	۴٫۸۵(۰٫۰۴)	۴٫۹۱(۰٫۰۲)	۴٫۷۹(۰٫۰۳)	۴٫۸۵(۰٫۰۵)	۴٫۷۵(۰٫۰۳)	۴٫۸۵(۰٫۰۲)
۳	۴٫۸۳(۰٫۰۹)	۴٫۸۸(۰٫۱۳)	۴٫۹۰(۰٫۱۱)	۴٫۸۲(۰٫۰۸)	۴٫۷۵(۰٫۱۵)	۴٫۹۰(۰٫۱۲)
۴	۴٫۸۹(۰٫۰۳)	۴٫۷۷(۰٫۰۴)	۴٫۹۴(۰٫۰۵)	۴٫۸۶(۰٫۰۵)	۴٫۷۹(۰٫۰۳)	۴٫۷۶(۰٫۰۲)

(الف) متوسط داده‌های ولتاژ ظرف را تحلیل کنید. آیا انتخاب الگوریتم کنترل نسبت بر متوسط ولتاژ ظرف مؤثر است؟

(ب) تحلیل مناسبی برای انحراف معیار ولتاژ انجام دهید. (یادآور می‌شویم که آن را "اغتشاش ظرف" نامیده‌ایم.) آیا انتخاب الگوریتم کنترل نسبت در اغتشاش ظرف مؤثر است؟

(ج) هر تحلیل مانده‌ای را که به‌نظر مناسب می‌رسد انجام دهید.

(د) اگر هدف شما تقلیل متوسط ولتاژ و اغتشاش ظرف هر دو باشد، کدام الگوریتم کنترل نسبت را انتخاب می‌کنید؟

۷.۵ یک تولیدکنندهٔ آلیاژ آلومینیم، ماشینهای دانه‌بندی را به‌صورت شمش تولید می‌کند. کارخانه محصولات خود را از طریق چهارکوره تولید می‌نماید. هر کوره مشخصهٔ عملکرد مختص به‌خود را دارد، به‌طوری‌که در هر اجرای آزمایش که در قسمت ریخته‌گری با بیش از یک کوره انجام می‌شود کوره‌ها را به‌عنوان متغیر اغتشاش در نظر می‌گیرند. مهندسین فرایند گمان می‌کنند که نرخ بهم زن بر اندازهٔ دانه‌های محصول مؤثر باشد. هر کوره را می‌شود با چهار نرخ مختلف بهم زن به‌کار انداخت. یک طرح بلوکی تصادفی‌شده را برای ماشین دانه‌بندی خاصی اجرا کرده و داده‌های اندازهٔ دانه‌ها را در زیر نشان داده‌ایم.

نرخ بهم زن (دور در دقیقه)	کوره ۱	۲	۳	۴
۵	۸	۴	۵	۶
۱۰	۱۴	۵	۶	۹
۱۵	۱۴	۶	۹	۲
۲۰	۱۷	۹	۳	۶

(الف) آیا هیچ گواهی بر اینکه نرخ بهم زن در اندازهٔ دانه مؤثر باشد وجود دارد؟

(ب) نمودار مانده‌های این آزمایش را روی کاغذ احتمال نرمال رسم کنید. نمودار را تفسیر کنید.

(ج) مانده‌ها را نسبت به‌کوره و نرخ بهم زن رسم کنید. آیا این نمودار هیچ‌گونه اطلاعات مفیدی را می‌رساند؟

(د) اگر اندازهٔ کوچک دانه مطلوب باشد، در خصوص انتخاب نرخ بهم زن و کوره برای این ماشین دانه‌بندی خاص چه توصیه‌ای را باید به‌مهندسین فرایند کرد؟

۸.۵ داده‌های مسألهٔ ۲.۵ را با استفاده آزمون معنی‌دار بودن رگرسیون کلی آزمون کنید.

۹.۵ گیریم انواع عاملهای شیمیایی و توپهای پارچه در مسألهٔ ۱.۵ تثبیت شده باشند، پارامترهای τ_i و β_j مدل را برآورد کنید.

۱۰.۵ یک منحنی مشخصهٔ عملکرد برای طرح مسألهٔ ۲.۵ رسم کنید. آیا آزمون در تفاوتهای کوچک اثرهای تیماری حساس به‌نظر می‌رسد؟

۱۱.۵ فرض کنید در مسألهٔ ۱.۵ مشاهدهٔ مربوط به نوع ۲ی عاملهای شیمیایی و توپ سوم پارچه گمشده باشد. با برآورد کردن مقدار گمشده مسأله را تحلیل کنید. تحلیل دقیق را انجام داده و نتایج را مقایسه کنید.

۱۲.۵ دو مقدار گمشده در بلوک تصادفی‌شده. گیریم در مسألهٔ ۱.۵ مشاهدات مربوط به نوع ۱ی عامل شیمیایی و توپ ۳ی پارچه و همچنین نوع ۴ عامل شیمیایی و توپ ۴ پارچه گمشده باشند.

(الف) طرح را با تکرار برآورد مقادیر گمشده به‌صورتی که در بخش ۳.۱.۵ شرح داده‌ایم تحلیل کنید.

(ب) با مشتقگیری از خطا SS نسبت به‌دو مقدار گمشده، و مساوی صفر قرار دادن آنها برآورد مقادیر گمشده را به‌دست آورید. طرح را با استفاده از این دو برآورد مقادیر گمشده تحلیل کنید.

(ج) برای برآورد کردن دو مقدار گمشده، وقتی مشاهدات در بلوکهایی متفاوت قرار دارند، فرمولهای کلی ارائه دهید.

(د) برای برآورد کردن دو مقدار گمشده، وقتی مشاهدات در یک بلوک قرار دارند، فرمولهای کلی را ارائه دهید.

۱۳.۵ مهندسی آزمایشی را در مورد زمان تمرکز چشم اجرا می‌کند. او علاقه‌مند به‌مطالعهٔ اثر فاصلهٔ شئ از چشم در مدت زمان تمرکز است. چهار فاصلهٔ مختلف موردنظر است. و پنج آزمودنی را برای آزمایش در اختیار دارد. به‌دلیل اینکه امکان دارد اختلافهایی بین افراد وجود داشته باشند وی تصمیم به‌اجرای آزمایش به‌صورت طرح بلوکی تصادفی‌شده می‌گیرد. داده‌های زیر به‌دست آمده‌اند. داده‌ها را تحلیل کرده و نتایج مربوط را استخراج کنید.

فاصله (برحسب پا)	آزمودنی ۱	۲	۳	۴	۵
۴	۱۰	۶	۶	۶	۶
۶	۷	۶	۶	۱	۶
۸	۵	۳	۳	۲	۵
۱۰	۶	۴	۴	۲	۳

۱۴.۵ اثر پنج عنصر مختلف (A, B, C, D, E) بر مدت زمان واکنش یک فرایند شیمیایی مورد مطالعه است. هر بسته از مادهٔ جدید تنها به‌اندازه‌ای است که می‌شود با آن پنج اجرا داشت. به‌علاوه، هر اجرا تقریباً نیاز به ۱٫۵ ساعت وقت دارد، بنابراین در یک روز تنها پنج اجرا انجام می‌شود. آزمایشگر تصمیم به‌اجرای آزمایش به‌صورت مربع لاتین می‌گیرد، به‌طوری‌که اثرهای روز و بسته بتوانند به‌روش سیستماتیک کنترل شوند. او داده‌ها را به‌صورت زیر به‌دست آورده است. این داده‌ها را تحلیل کرده و نتایج را استخراج کنید.

بستهٔ	روز ۱	۲	۳	۴	۵
۱	$A = ۸$	$B = ۷$	$D = ۱$	$C = ۷$	$E = ۳$
۲	$C = ۱۱$	$E = ۲$	$A = ۷$	$D = ۳$	$B = ۸$
۳	$B = ۴$	$A = ۹$	$C = ۱۰$	$E = ۱$	$D = ۵$
۴	$D = ۶$	$C = ۸$	$E = ۶$	$B = ۶$	$A = ۱۰$
۵	$E = ۴$	$D = ۲$	$B = ۳$	$A = ۸$	$C = ۸$

۱۵.۵ یک مهندس صنایع اثر چهار روش مونتاژ (A, B, C, D) را بر مدت زمان مونتاژ اجزاء تلویزیونهای رنگی بررسی می‌کند. چهار عملگر برای مطالعه انتخاب می‌شوند. به‌علاوه این مهندس می‌داند که بدون توجه به‌روش مونتاژ، از هر روشی که استفاده شود خستگی انجام کار موجب می‌شود که زمان لازم برای آخرین مونتاژ بزرگتر از زمان لازم برای اولین مونتاژ شود. یعنی، برای زمان لازم مونتاژ روندی وجود دارد. برای به‌حساب آوردن این منبع تغییرپذیری مهندس مذکور از طرح مربع لاتین که ذیلاً آمده است استفاده می‌کند. داده‌ها را تحلیل و نتایج مربوط را استخراج کنید.

ترتیب مونتاژ	عملگر ۱	۲	۳	۴
۱	$C = ۱۰$	$D = ۱۴$	$A = ۷$	$B = ۸$
۲	$B = ۷$	$C = ۱۸$	$D = ۱۱$	$A = ۸$
۳	$A = ۵$	$B = ۱۰$	$C = ۱۱$	$D = ۹$
۴	$D = ۱۰$	$A = ۱۰$	$B = ۱۲$	$C = ۱۴$

۱۶.۵ گیریم در مسألهٔ ۱۴.۵ مشاهدهٔ مربوط به بستهٔ ۳ در روز ۴ گمشده باشد. مقدار گمشده را از معادلهٔ (۲۴.۵) برآورد کرده و با استفاده از آن تحلیل را اجرا کنید.

۱۷.۵ یک مربع لاتین $p \times p$ را در نظر بگیرید که سطرهای (α_i)، ستونهای (β_k)، و تیمارهای (τ_j) تثبیت شده باشند. برآورد کمترین مربعات پارامترهای مدل، α_i، β_k، τ_j را به‌دست آورید.

۱۸.۵ فرمول مقدار گمشده [معادلهٔ (۲۴.۵)] را برای طرح مربع لاتین نتیجه بگیرید.

۱۹.۵ طرحهای مشتمل بر چندین مربع لاتین. [ککران و کاکس (۱۹۵۷)، جان (۱۹۷۱) را ببینید.] مربع لاتین $p \times p$ برای هر تیمار تنها p مشاهده دارد. برای حصول تکرارهای بیشتر آزمایشگر می‌تواند از چندین مربع، مثلاً nتا استفاده کند. همانند بودن یا نبودن مربعات مهم نیست.

مدل مناسب عبارت است از

$$y_{ijkh} = \mu + \rho_h + \alpha_{i(h)} + \tau_j + \beta_{k(h)} + (\tau\rho)_{jh} + \epsilon_{ijkh} \begin{cases} i = ۱,۲,\ldots,p \\ j = ۱,۲,\ldots,p \\ k = ۱,۲,\ldots,p \\ h = ۱,۲,\ldots,n \end{cases}$$

که در آن، y_{ijkh} مشاهدهٔ تیمار j در سطر i و ستون k از hامین مربع است. توجه کنید که $\alpha_{i(h)}$ و $\beta_{k(h)}$ اثرهای سطر و ستون در hامین مربع، ρ_h اثر hامین مربع، و $(\tau\rho)_{jh}$ اثر متقابل بین تیمارها و مربعات است.

(الف) معادلات نرمال را برای این مدل بنویسید، و آنها را برای تعیین برآورد پارامترهای مدل حل کنید. فرض کنید که شرایط مناسب جانبی دربارهٔ پارامترها عبارت باشند از: برای هر h، $\sum_h \hat{\rho}_h = ۰$، $\sum_i \hat{\alpha}_{i(h)} = ۰$ و $\sum_k \hat{\beta}_{k(h)} = ۰$، $\sum_j \hat{\tau}_j = ۰$، و برای هر h، $\sum_j (\hat{\tau\rho})_{jh} = ۰$، و برای هر j، $\sum_h (\hat{\tau\rho})_{jh} = ۰$.

(ب) برای این طرح جدول تحلیل واریانس را مشخص کنید.

۲۰.۵ دربارهٔ اینکه چگونه می‌توان منحنیهای مشخصهٔ عملکرد مندرج در پیوست را با طرح مربع لاتین به‌کار برد بحث کنید.

۲۱.۵ گیریم در مسألهٔ ۱۴.۵ دادهٔ به‌دست آمده در روز پنجم به‌غلط تحلیل شده و مجبور باشیم که آن‌را نادیده بگیریم. تحلیل مناسب را برای داده‌های باقی‌مانده انجام دهید.

۲۲.۵ نتایج یک فرایند شیمیایی با استفاده از پنج بستهٔ مادهٔ خام، پنج غلظت اسیدی، پنج زمان مکث (A, B, C, D, E)، و پنج غلظت کاتالیزور $(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon)$ اندازه‌گیری می‌شوند. از طرح مربع یونانی-لاتین نتیجه شدهٔ زیر استفاده کرده‌ایم. داده‌ها را تحلیل و نتایج را استخراج کنید.

بسته	غلظت اسیدی ۱	۲	۳	۴	۵
۱	$A\alpha = ۲۶$	$B\beta = ۱۶$	$C\gamma = ۱۹$	$D\delta = ۱۶$	$E\epsilon = ۱۳$
۲	$B\gamma = ۱۸$	$C\delta = ۲۱$	$D\epsilon = ۱۸$	$E\alpha = ۱۱$	$A\beta = ۲۱$
۳	$C\epsilon = ۲۰$	$D\alpha = ۱۲$	$E\beta = ۱۶$	$A\gamma = ۲۵$	$B\delta = ۱۳$
۴	$D\beta = ۱۵$	$E\gamma = ۱۵$	$A\delta = ۲۲$	$B\epsilon = ۱۴$	$C\alpha = ۱۷$
۵	$E\delta = ۱۰$	$A\epsilon = ۲۴$	$B\alpha = ۱۷$	$C\beta = ۱۷$	$D\gamma = ۱۴$

۲۳.۵ گیریم که مهندس مسألهٔ ۱۵.۵ گمان می‌کند محل انجام کار که چهار عملگر از آنها استفاده کرده‌اند می‌تواند منبع دیگر تغییر باشد. به‌این دلیل عامل چهارم، یعنی محل کار $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ را

دخالت داده و آزمایش دیگری که مربع یونانی-لاتین زیر باشد اجرا کرده است. داده‌ها را تحلیل و نتایج را استخراج کنید.

ترتیب مونتاژ	عملگر ۱	۲	۳	۴
۱	$C\beta = ۱۱$	$B\gamma = ۱۰$	$D\delta = ۱۴$	$A\alpha = ۸$
۲	$B\alpha = ۸$	$C\delta = ۱۲$	$A\gamma = ۱۰$	$D\beta = ۱۲$
۳	$A\delta = ۹$	$D\alpha = ۱۱$	$B\beta = ۷$	$C\gamma = ۱۵$
۴	$D\gamma = ۹$	$A\beta = ۸$	$C\alpha = ۱۸$	$B\delta = ۶$

۲۴.۵ یک ابر مربع ۵ × ۵ برای مطالعهٔ اثر پنج عامل بنا کنید. جدول تحلیل واریانس را برای این طرح ارائه دهید.

۲۵.۵ داده‌های مسائل ۱۵.۵ و ۲۳.۵ را در نظر بگیرید. با نادیده گرفتن حروف یونانی در ۲۳.۵، داده‌ها را با استفاده از روش توسعه‌یافته در مسألهٔ ۱۹.۵ تحلیل کنید.

۲۶.۵ طرح بلوکی تصادفی‌شده با یک مقدار گمشده در جدول ۷.۵ را در نظر بگیرید. این داده‌ها را با استفاده از تحلیل دقیق مسألهٔ مقدار گمشده که در بخش ۴.۱.۵ بحث شد تحلیل کنید. نتایج خود را با تحلیل تقریبی این داده‌ها که در جدول ۸.۵ داده‌ایم مقایسه نمایید.

Scanned with CamScanner